

文章编号:2095-7386(2016)03-0107-04

DOI:10.3969/j.issn.2095-7386.2016.03.022

# 基于批判性思维的高校数学教学研究

赵杰梅

(武汉轻工大学数学与计算机学院,湖北 武汉 430023)

**摘 要:**批判性思维的应用是创新能力培养的基础,对培养创新型人才有重要意义。因此,针对高校数学教学课堂,探讨了批判性思维在行列式计算、方阵的逆方面的应用,分析了批判性思维的特点并提出批判性思维应用能力培养的几种教学方式。

**关键词:**批判性思维;数学教学;能力

**中图分类号:**G 642

**文献标识码:**A

## The research of university mathematics teaching based on critical thinking

Jiemei Zhao

(School of Mathematics and Computer Science, Wuhan Polytechnic University, Wuhan 430023)

**Abstract:** The application of critical thinking is the basis of the cultivation of innovation ability. It has great significance to the cultivation of innovative talents. Therefore, the application of critical thinking in the calculation of the determinant and the inverse of the matrix are discussed for mathematics teaching of university. The characteristics of critical thinking are analyzed and several teaching methods are proposed.

**Key words:** Critical thinking; Mathematics teaching; Ability

### 1 引言

我国高等教育事业自改革开放以来得到了稳步的发展,高等教育事业的改革方向是建立适应国民经济建设和社会发展的多层次、多形式、多学科的高等教育体系,目标是社会主义现代化建设培养大批专业技术人才。高等教育事业在国家经济建设、科技进步和社会发展中发挥了重要作用,而现代科技与生产的发展的基本特征是综合化,此特征反映到高等教育中就是文化课程的综合化和多元化。课程的综合化和多元化是指使得基础教育和技能教

育、应用研究和研究开发之间相互渗透、相互交叉进行,目的在于培养适应现代社会发展需求和具备多种应用能力、可以解决各种复杂的实际问题的人才。党的十八大从新的历史起点出发,提出了教育的根本任务是立德树人,明确了国家教育的任务和目的。长期以来,公共数学教学领域特别是线性代数教学领域一直在探究如何运用有效的教学途径和方式达到理想的教书育人的目的。因此将批判性思维能力的培养渗入到线性代数课堂教学中,试图寻求一种全新的有效教学模式,以期达到数学能力教育与品德修养教育相融合的素质教育的目的,这非常符合

收稿日期:2016-04-27. 修回日期:2016-05-18.

作者简介:赵杰梅(1984-),女,讲师,博士,E-mail:jiemeizhao@163.com。

基金项目:国家自然科学基金(61174047,61401319);武汉轻工大学引进(培养)人才科研启动基金(2014RZ04)。

教育发展的趋势,也是高等教育的培养人才的目标之一。如今基础教育成为高等教育课程的一个重点,而基础教育中的数学基础为其他后续专业课程起到奠定基础的作用,因此数学教学的好坏对大学学生的学习及发展至关重要。那么,如何提高高校数学教学中的教学方法呢?如何应对数学教学过程中学生自身存在的“惰性思维”问题呢?在众多的解决方法中,加强思维能力的培养,特别是加强批判性思维能力的训练和应用,是卓有成效的方法之一。

目前批判性思维的定义很多,美国哲学学会(APA)对批判性思维进行了一系列的研究,美国学者 Peter Facione 在批判性思维的教学和研究方面做了很多工作,他指出批判性思维是“有目的的、自我调节的判断,会导致对于证据的、概念的、方法论的、标准学的或者语境方面(这些正是判断的基础)的释义、分析、评价、推理和解释”<sup>[1,2]</sup>。其中“释义”是指清楚地、明确地表达其中意思,“分析”是指分辨事物之间的逻辑推理关系,“评价”是指判断、分析后的结论,“推理”是指推出一个未知结论的思维过程,“解释”是指合理地说明事物变化的原因,事物之间的联系,或者是事物发展的规律。我国著名教育家朱智贤教授也曾指出:“思维的批判性品质来自对思维活动各个环节进行调整和校正的自我意识。这种批判性思维品质在创造性活动和创造性思维过程中是不可缺少的因素”<sup>[3,4]</sup>。批判精神是创新发展的重要前提,是自学能力和探究能力发展的催化剂,没有批判精神就没有创新意识。因此,在高校数学教学中,批判性思维能力的培养是高端创新人才培养的关键,是未来教育发展的一个重要环节<sup>[5]</sup>。因此,高校必须重视学生批判性思维能力的培养及其在课堂上的应用。

## 2 批判性思维在行列式中的应用

行列式是线性代数中主要研究对象方阵的重要数值特征,它在线性代数中起着重要作用。对于行列式计算,方法不一,对于二阶行列式和三阶行列式可用对角线法则进行计算。对于  $n$  阶行列式的计算,一般有三种方法,第一种定义法,即按照公式

$$D = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{n1} & a_{n2} & \cdots & a_{nn} \end{vmatrix} = \sum_{j_1 j_2 \cdots j_n} (-1)^{\tau(j_1 j_2 \cdots j_n)} a_{1j_1} \cdots a_{nj_n} \text{ 进行计算。由于公式形式}$$

的复杂性,所以此方法对低阶行列式和特殊的  $n$  阶行列式较为适用。第二种方法是利用行列式的性质化一般行列式为特殊形式的行列式(上、下三角行列式)。第三种方法是行列式按行(列)展开法,此方法的一般适用于某一行(列)零元素较多的矩阵或者有特殊规律的矩阵。在具体计算某一行列式时,需要利用批判性思维,仔细观察行列式的类型及形式,认真分析适用的计算方法,而不是盲目利用某一种方法计算。当完成计算时还要总结和反思,自己采用的方法是否得当,是否还可以简化计算过程等等。老师也要讲解各种方法的利弊让同学们批判性的吸收和融合,不是单一的采取一种方法计算,而是多种方法的综合应用。批判性思维鼓励学生主动的从例子中寻找规律,寻找解决问题的方法、进行计算、总结经验,推动学生追溯问题的本质,不是死记硬背公式及性质,而是公式和性质的灵活应用。

## 3 批判性思维在矩阵中的应用

矩阵是线性代数研究的主要内容之一,它应用于线性代数各个方面,其中关于方阵的逆的计算是一个难点内容。方阵的逆的计算方法一般有两种,一是利用伴随矩阵计算,即  $A^{-1} = \frac{A^*}{|A|}$  (矩阵  $A^*$  是矩阵  $A$  的伴随矩阵),当课堂上讲解完此公式后进行方阵的逆的练习计算时,一些同学会先计算伴随矩阵,再求出行列式,进而按照公式计算矩阵的逆,有的同学就会先思考进而提出这样的质疑:为得到伴随矩阵需要计算矩阵  $A$  的代数余子式,对于阶数较大的矩阵计算量很大。因此会思考有没有其他计算方法,这也是批判性思维的体现。应用批判性思维,学生会对书本公式及一些证明方法产生质疑,而不是盲目的接受,这种思维活动在学生提出问题、分析问题、解决问题的精神和能力提高方面会有很大的帮助。带着批判性的想法和对问题的质疑再引入第二种方法,利用初等变换计算方阵的逆,可达到增强教学效果的目的。利用批判性思维使学生对知识点的理解和掌握能更深入、更牢固。

## 4 批判性思维应用的特点

为更好的使批判性思维融入到教学中,达到提高教学效果的目的,教师在授课时把握以下特征<sup>[6,7]</sup>:

(1)求知欲。批判性思维要针对某一问题进行分析和批判,所以对知识好奇和热衷是求知欲的表

现,也是发现问题的前提。

(2)开放思想。对不同的意见积极听取,采取宽容的态度,避免出现个人偏见。

(3)系统分析性。在发现问题的基础上,有组织地、有目标地处理问题并且能预计结果。

(4)自信心。对自己的理性分析能力有把握。

(5)认知成熟度。谨慎的作出论断、或暂不作论断、或更改已有论断。对于多种解决问题的方法要选择性的接受。即使在知识不很全面的条件下,需要明白其中一个或者权宜的选择。

## 5 批判性思维能力的培养

如今素质教育的稳步发展,教育的不断深入,使得传统的教育价值观已经被新型的教育价值观打破,传统的师生关系也在发生改变,取而代之的是一种平等的、公平的、相互促进的新型师生关系。处理好这种关系,师生双方会在融洽的、和谐的教育环境中得以沟通和交流。另一方面,批判性思维是创新的基础,培养批判性思维能力主要的目的也是培养创造新知识和能力的人才,这需要激发学生潜在的、自主的思维活动,所以采用恰当的教学方法来提高学生学习的积极性很有必要。

(1)授之以渔的教学方法。课堂上老师起到的作用是引导和启发学生,极力鼓励学生独立自主地分析问题和思考问题,积极听取学生的想法,一般不轻易给出答案,因此老一套的“填鸭式”的教学方法在批判性思维的发展过程中是不可取的。

(2)提问式教学方法。提问本身就是一种批判形式<sup>[8]</sup>。同学们正是基于提问进行思考、深入探讨、不断追求真理。在线性代数教学中采用此种教学方法,用问题进行导入教学活动,激发学生学习的欲望和热情,进而培养学生的批判性思维能力。例如,在学习 Cramer 法则过程中,对于  $n$  元非齐次线性方程组  $AX = b$ ,如果系数矩阵的行列式  $D = |a_{ij}|_{n \times n} = |A| \neq 0$ ,则方程组有唯一解,并且

$$x_i = \frac{D_i}{D}, \quad \text{其中} \quad D_i = \begin{vmatrix} a_{11} & \cdots & a_{1,j-1} & b_1 & a_{1,j+1} & \cdots & a_{1n} \\ a_{21} & \cdots & a_{2,j-1} & b_2 & a_{2,j+1} & \cdots & a_{2n} \\ \vdots & & \vdots & \vdots & \vdots & & \vdots \\ a_{n1} & \cdots & a_{n,j-1} & b_n & a_{n,j+1} & \cdots & a_{nn} \end{vmatrix}。$$

老师在讲解完这个定理的时候,接着提出这样两个问题让学生思考,问题一是对于  $n$  元齐次线性方程组  $AX = 0$ ,如果有系数行列式  $|A| \neq 0$ ,那么

理解的情况如何?问题二是什么情况下齐次线性方程组  $AX = 0$  有非零解?这两个问题难度不大,通过理解 Cramer 法则就能得出结论,让学生主动的思考这些问题,通过问题式的教学方法唤起学生的自主思考和高层次的思维活动,从而激发学生学习的热情及参与的积极性,使得学生对线性代数课程的内容不至于那么恐惧。

(3)反思式教学方法。学完每一章让学生画出各个知识点之间的关系框图,以清楚各个内容之间的练习与区别,进而巩固知识点。例如在学习矩阵这一章,我们要掌握如何用矩阵表示一个线性方程组,并且会求矩阵方程的解,那么需要同学们反思的是,同样是线性方程组求解的问题,用矩阵表示与用 Cramer 法则给出解的表达式他们各自适用的范围是什么?他们之间又有怎样的联系与区别,这些都是知识点之间的联系,如果能理解它们之间关系对学习是大有益处的。

(4)讨论式教学方法。遇强则强是讨论式教学方法的一个很好的诠释。灵感和思想来自学生之间信息的碰撞和能力的激发,所以课堂上分小组讨论是重要的批判性思维应用能力培养方式<sup>[9]</sup>。实践证明分小组讨论即可以活跃课堂氛围还可以畅所欲言,进行充分的交流,讨论后的回答也往往超出老师的预料,起到意想不到的教学效果。例如线性代数学习中,讲解完矩阵这一章,可以布置小组讨论题目,一种是计算式思考题,如  $n$  阶矩阵如何表示成一个对称矩阵和反对称矩阵之和,这种表示是否唯一?另一种是反例式思考题,如  $|A + B| = |A| + |B|$  是否成立,若成立给出证明,若不成立举出反例。通过这两种题型的练习学生会对批判性思维有更好的理解。

(5)实践式教学方法。实践出真知,知识来自于实践经验,因此学习过程中要注重理论联系实际,只有亲自在实践中操作才能真正学到本领和技能。为此,批判性教学中须大量引入真实的例子进行课堂讨论、项目研究等方法<sup>[9]</sup>。学生通过对实际案例的分析,可抽象出其中的理论方法,对学习理论知识很有帮助,很大程度上能激发学生学习的兴趣和实际问题中关键技术问题的掌握。竞赛也是实践式教学方法的一种手段,如组织大学生数学竞赛,数学建模比赛等,特别是数学建模竞赛不仅培养学生提出问题 and 解决问题的能力,更能体现学生理论知识的应用技巧以及整理和撰写能力。因为赛事涉及的范围较广泛,可为思辨能力发展提供良好的氛围和丰

富的资源。在这样的氛围中,学生会从中学习到更多,对于批判性思维能力的培养具有深远的意义和影响。

## 6 小结

批判性思维旨在通过加强逻辑学教学,纠正学生消极、保守、低效的不良思维习惯,培养学生批判性地提出问题、分析问题、解决问题的能力,使之具备应对当代社会的各种挑战的能力。因此教学过程中要积极培养并应用批判性思维,不仅要建设具有批判性思维的课堂文化、学习文化和研究文化,还要开展大学生的各种技能的训练,为社会和国家培养一批具有渊博知识、能够批判地思考问题、分析问题和解决问题的人才。因此作为教师要在教学过程中积极引导和启发学生,并在教学方法中应用批判性思维,以此提高高校数学教学的效果,从而提高教学质量和水平。

### 参考文献:

- [1] 钱宁. 批判性思维与职业化背景下的高等教育[J]. 江苏高教, 2014, 5: 88-91.
- [2] American Philosophical Association. Critical thinking: A statement of expert consensus for purposes of educational assessment and instruction[M]. US. The Delphi Report (R). Millbrae: The California Academic Press, 1990.
- [3] 朱智贤, 林崇德. 思维发展心理学[M]. 北京: 北京师范大学出版社, 1996.
- [4] 张梅, 印勇. 批判性思维: 研究生开启科学创新之门的钥匙[J]. 学位与研究生教育, 2011, 9: 29-32.
- [5] 董毓. 批判性思维原理和方法-走向新的认知和实践[M]. 北京: 高等教育出版社, 2010.
- [6] C. P. Dwyer, M. J. Hogan, I. Stewart. The effects of argument mapping-infused critical thinking instruction on reflective judgment performance[J]. Thinking Skills and Creativity, 2015(16): 11-26.
- [7] Y. W. Kwan, A. F. L. Wong. Effects of the constructivist learning environment on students' critical thinking ability: Cognitive and motivational variables as mediators [J]. International Journal of Educational Research, 2015 (70): 68-79.
- [8] 郭艳玲. 英语专业学生批判性思维能力培养探究[J]. 黑龙江高教研究, 2014 (8): 174-176.
- [9] 干咏昕. 用批判性思维方法打造批判性思维课程[J]. 西南大学学报(社会科学版), 2010, 36(6): 51-55.